

8. Sujets de devoirs maison

Méthode Dans les devoirs maison, comme dans les exercices à faire à la maison, toutes les questions doivent être traitées sur une copie double.

Dans le cas contraire, le devoir maison sera considéré comme "non fait".

Toute trace de recherche, toute réponse, même fausse, est acceptée (à part la réponse "je n'ai pas compris" suivie d'aucune trace de recherche).

Je ne vous demande pas de réussir, je vous demande d'essayer ; et vous avez le droit de vous tromper.

. DM01.A : Le crible d'Eratosthène.

Cet algorithme

a été mis au point par Eratosthène de Cyrène (276-174 av. J.C.). Ce mathématicien grec était aussi conservateur à la bibliothèque d'Alexandrie, poète, historien, géographe, astronome (il fut le premier à mettre en évidence la rotondité de la Terre), et athlète !

On écrit tous les nombres entiers de 1 à 100 dans un tableau :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- On barre 1 car il n'est pas premier
 - Le premier nombre non barré est 2. On le garde, car il est premier.
 - On barre tous les multiples de 2 autres que 2.
 - Le premier nombre non barré est maintenant 3. Comme il est premier, on le garde.
 - On barre tous les multiples de 3 autres que 3.
 - ... et ainsi de suite ...
1. Expliquer pourquoi les entiers non barrés sont des nombres premiers, et pourquoi on a bien, avec ces nombres non barrés, tous les nombres premiers inférieurs à 100.
 2. Pour dresser la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 1000, jusqu'à quel nombre premier p faudrait-il barrer les multiples ?
 3. Expliquer pourquoi, si un entier naturel n supérieur ou égal à 2 n'est divisible par aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à \sqrt{n} , il est premier.
On pourra raisonner *par l'absurde*, c'est-à-dire supposer le contraire de ce que l'on veut démontrer, puis essayer d'aboutir à une contradiction. On va supposer ici que n n'est divisible par aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à \sqrt{n} , et n n'est pas premier, et on va essayer d'aboutir à une contradiction (à une situation absurde).

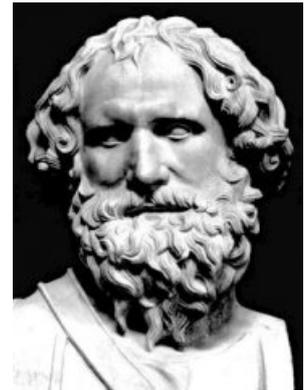


FIGURE 1.2 – Eratosthène de Cyrène

Tournez la page S.V.P.